平成１５年度長崎県教員採用試験高校数学復元問題

時間９０分（9時５０分～１１時２０分）

$\boxed{1}$　次の各問に答えよ．答えはいちばん簡単な形で書け．

問１　２次関数 $y=ax^2-2ax+a^2-4$ が２つの異なる実数解を持つための a の条件は $\boxed{（ア）}$ である．

問２　３個のサイコロを振るとき，最小の目が４である確率は $\boxed{（イ）}$ である．

問３　正四面体 ABCD がある．AC の中点を E，AD を２：１に内分する点を F とし，△BCD の重心を G とする．AG と平面 BEF の交点を P とするとき，AP は $\boxed{（ウ）}$ となる．

問４　$\log_2 x+\log_2(x-1)=2+\log_2(x-1)^2$ を解くと x の範囲は $\boxed{（エ）}$ となる．

問５　$y\leq -2x+2n$，$y\geq 0$，$x\geq 0$ の領域にある格子点の個数は $\boxed{（オ）}$ である．

問６　$\displaystyle\int\frac{5x-11}{x^2-4x+3}dx$ を計算すると $\boxed{（カ）}$ となる．

$\boxed{2}$　$z_1=0$，$z_{n+1}=z_n+(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)^n$ とする．また，z_n が表わす複素平面 α 上の点を A_n とかく．このとき次の各問に答えよ．ただし，i は虚数単位である．

問１　z_2，z_3，z_4 を求めよ．また A_2，A_3，A_4 を複素平面 α 上に図示せよ．

問２　P を複素平面 α 上の任意の点とし，A_n と P の距離を A_nP で表わす．このとき，A_0P+A_4P が最小となる P の存在範囲を複素平面 α 上に図示せよ．

問３　$A_1P+A_2P+\cdots+A_6P$ が最小となる P の存在範囲を複素平面 α 上に図示せよ．

$\boxed{3}$　次の各問に答えよ．

問１　$A=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ とするとき，A^n を求めよ．

問２　数列 $\{a_n\}$ が α に収束することの定義は

どんな正の数 ε を与えても，自然数 N があって，N 以下のすべての自然数 n に対し $$\lvert a_n-\alpha\rvert<\varepsilon$$ がなりたつこと

である．この定義を使って，$a_n=\dfrac{2}{n}+1$ が１に収束することを示せ．

$\boxed{4}$　関数 $f(x)=px^2-2px+1$ が $-2\leq x\leq 1$ において正となる p の範囲を求める問題を生徒に指導したい．次の各問に答えよ．

問１　模範解答を示せ．ただし p で場合分けする方法で解け．

問２　指導上の留意点を模範解答の流れに沿って，箇条書きせよ．

問３　生徒が上の関数を p の関数と考え，$g(p)=(x^2-2x)p+1$ として解いた．このときの解

答例を書け．

$\boxed{5}$　$a_n = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ とする．このとき次の各問に答えよ．

問１　$\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$ を求めよ．

問２　$2\sqrt{n+1} - 2 < 1 + \dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ を証明せよ．

問３　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$ を求めよ．

問４　a_{100} の整数部分を求めよ．

平成１５年度長崎県教員採用試験中学数学復元問題

時間９０分（9時５０分～１１時２０分）

$\boxed{1}$～$\boxed{3}$は高校数学と同じ．ただし，$\boxed{1}$の「問５」と「問６」がなかった．

$\boxed{4}$　次の各問に答えよ．

問１　$\sqrt{2}$ の定義を答えよ．

問２　$\sqrt{2}$ の存在意義を説明せよ．

$\boxed{5}$　$f(x) = x^3 - 4x$ とする．このとき次の各問に答えよ．

問１　導関数の定義に従って，$f(x)$ を微分せよ．

問２　$\displaystyle\int_0^3 |f(x)|\,dx$ を求めよ．

問３　点(a,b)を通り，$y = f(x)$ に接する接線が３本あるときの点(a,b)の存在範囲を図示せよ．