

# 1 はじめに

これは平成14年7月20日に中迫(当時大学院2年生)が実際に解いた問題をその日のうちに復元したものである。問題の言い回しなどは幾分違っているが、問題の意図は伝わっていると思う。ここで注意だが、この問題は「 $ax$ 」などと数式として見慣れた形で書いているが、実際の試験では「 $ax$ 」のように印刷されてあった。ちょっと見づらいかもしれない。解答用紙は別紙で配られ、解答欄がきちんと決まっており、計算用紙は配られなかった。また、中学数学の問題は4と5が違った問題であった。時間は90分で、中迫は時間が足りず、2の「問2」と「問3」が解けなかった。あとの問題は正誤は別にして大体解き終わっている。解答時間は何時から何時までと大きくは書いておらず、自分で確認をしておく必要がある。10分前などの指示もなかった。45分が終了した時点で退出が可能であった。

## 2 平成15年度長崎県教員採用試験高校数学復元問題

時間90分(9時50分~11時20分)

1 次の各問いに答えよ。答えはいちばん簡単な形で書け。

問1 2次関数  $y = ax^2 - 2ax + a^2 - 4$  が2つの異なる実数解を持つための  $a$  の条件は (ア) である。

問2 3個のサイコロを振るとき、最小の目が4である確率は (イ) である。

問3 正四面体 ABCD がある。AC の中点を E、AD を 2:1 に内分する点を F とし、BCD の重心を G とする。AG と平面 BEF の交点を P とするとき、 $\overrightarrow{AP}$  は (ウ) となる。

問4  $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2 + \log_2(x-1)^2$  を解くと  $x$  の範囲は (エ) となる。

問5  $y \leq -2x + 2n, y \geq 0, x \geq 0$  の領域にある格子点の数は (オ) である。

問6  $\int \frac{5x-11}{x^2-4x+3} dx$  を計算すると (カ) となる。

2  $z_1 = 0, z_{n+1} = z_n + (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)^n$  とする。また、 $z_n$  が表わす複素平面  $\alpha$  上の点を  $A_n$  とかく。このとき次の各問に答えよ。ただし、 $i$  は虚数単位である。

問1  $z_2, z_3, z_4$  を求めよ。また、 $A_2, A_3, A_4$  を複素平面  $\alpha$  上に図示せよ。

問2  $P$  を複素平面  $\alpha$  上の任意の点とし、 $A_n$  と  $P$  の距離を  $A_nP$  で表わす。このとき、 $A_0P + A_4P$  が最小となる  $P$  の存在範囲を複素平面  $\alpha$  上に図示せよ。

問3  $A_1P + A_2P + \dots + A_6P$  が最小となる  $P$  の存在範囲を複素平面  $\alpha$  上に図示せよ。

3 次の各問いに答えよ。

問1  $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  とするとき、 $A^n$  を求めよ。

問2 数列  $a_n$  が  $\alpha$  に収束することの定義は

どんな正の数  $\varepsilon$  を与えても、自然数  $N$  があって、 $N$  以上のすべての自然数  $n$  に対し

$$|a_n - \alpha| < \varepsilon$$

がなりたつこと

である．この定義を使って， $a_n = \frac{2}{n} + 1$  が 1 に収束することを示せ．

4 関数  $f(x) = px^2 - 2px + 1$  が  $-2 \leq x \leq 1$  において正となる  $p$  の範囲を求める問題を生徒に指導したい．次の各問に答えよ．

問1 模範解答を示せ．ただし  $p$  で場合分けする方法で解け．

問2 指導上の留意点を模範解答の流れに沿って，箇条書きせよ．

問3 生徒が上の関数を  $p$  の関数と考え， $g(p) = (x^2 - 2x)p + 1$  として解いた．このときの解答例を書け．

5  $a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$  とする．このとき次の各問に答えよ．

問1  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$  を求めよ．

問2  $2\sqrt{n+1} - 2 < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}}$  を証明せよ．

問3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\sqrt{n}}$  を求めよ．

問4  $a_{100}$  の整数部分を求めよ．

### 3 平成 15 年度長崎県教員採用試験中学数学復元問題

時間 90 分 ( 9 時 50 分 ~ 11 時 20 分 )

1 ~ 3 は高校数学と同じ問題．ただし，1 の「問 5」と「問 6」がなかった．

4 次の各問に答えよ．

問1  $\sqrt{2}$  の定義を答えよ．

問2  $\sqrt{2}$  の存在意義を説明せよ．

5  $f(x) = x^3 - 4x$  とする．このとき次の各問に答えよ．

問1 導関数の定義に従って， $f(x)$  を微分せよ．

問2  $\int_0^3 |f(x)| dx$  を求めよ．

問3 点  $(a, b)$  を通り， $y = f(x)$  に接する接線が 3 本あるときの点  $(a, b)$  の存在範囲を図示せよ．